

# **“Esercizi anticipati” e “zona di sviluppo prossimale”:** comportamento strategico e linguaggio comunicativo in attività di *problem solving*

D'Amore B., Fandiño Pinilla M.I., Marazzani I. (2004). “Esercizi anticipati” e “zona di sviluppo prossimale”:

comportamento strategico e linguaggio comunicativo in attività di problem solving. *La matematica e la sua didattica*. 2, 71-95.

**Bruno D'Amore, Martha Isabel Fandiño Pinilla, Ines Marazzani**

**NRD**

**Nucleo di Ricerca in Didattica della Matematica**

**Dipartimento di Matematica - Università di Bologna – Italia**

**Abstract.** This study investigates the idea of “in advance exercise”, based on specific stimulus texts in situations of autonomous and collaborative problem-solving, as defined by Vygotsky, within the zones of proximal and potential development, with a view to identifying types of behavioural strategies linked to a range of variables.

**Resumen.** En este trabajo se estudia la idea de “ejercicio anticipado” es decir de particulares textos-estímulos en situación de resolución de problemas, autónomo y colaborativo, según las definiciones de Vigotsky, en el ámbito de las zonas de desarrollo próximo y potencial, con el fin de conocer tipologías estratégicas de comportamiento sobre la base de diversas variables.

**Resumé.** Dans ce travail on étudie l'idée de “exercice anticipé”, c'est à dire de textes-stimulations particuliers en situation de résolution de problèmes, autonome et collaboratif, selon la définition de Vigotsky, dans le cadre des zones de développement proche et potentiel, au but de connaître les typologies stratégiques de comportement sur la base de différentes variables.

**Sunto.** In questo lavoro si studia l'idea di “esercizio anticipato” cioè di particolari testi-stimolo in situazione di problem solving, autonomo e collaborativo, secondo le definizioni di Vygotskij, nell'ambito delle zone di sviluppo prossimale e potenziale, allo scopo di conoscere tipologie strategiche di comportamento in base a diverse variabili.

Il presente lavoro è svolto nell'ambito del Progetto di Ricerca dell'Unità di Bologna: «Ricerche sul funzionamento del sistema: allievo-insegnante-sapere», inserito nel

## **1. Il quadro teorico nel quale si situa la nostra ricerca**

Delineeremo qual è il quadro teorico all'interno del quale si situa la nostra ricerca, in cinque punti, da 1.1. a 1.5. Daremo alcune definizioni che saranno utili nel seguito.

### **1.1. La “zona di sviluppo prossimale”**

Dobbiamo a Vygotskij (1931-80) un'oramai classica distinzione tra due idee concernenti lo sviluppo individuale:

- “livello effettivo di sviluppo”: si tratta di un modo per esprimere in maniera schematica l'idea di competenze effettivamente acquisite ad un certo momento dello sviluppo cognitivo di un individuo; la “zona” nella quale si situa tale livello si chiama “zona effettiva”;
- “livello potenziale di sviluppo”: analogo, per le competenze potenzialmente acquisibili in un futuro ravvicinato; la “zona” nella quale si situa tale livello si chiama “zona potenziale”.

L'attività didattica ha, per opposti motivi, poco senso in ciascuna di tali “zone”:

- nella prima, non può fare altro che confermare il cognitivo già acquisito;
- nella seconda, non può produrre competenze o costruzione di conoscenza, dato che colui che è in fase di apprendimento (l'apprendente) non ha ancora le competenze necessarie per capire ciò che gli si sta proponendo.

Dunque, l'attività didattica si deve giocare tutta *tra* la zona di sviluppo effettivo e quella potenziale, in quella che si chiama “zona di sviluppo prossimale”, cioè «la distanza tra il livello effettivo di sviluppo (...) e il livello di sviluppo potenziale (...)», come dice lo stesso Autore nel testo citato.

In realtà, la cosa è più sottile.

Nel testo cui facciamo riferimento, al momento di presentare questa distinzione, Vygotskij si riferisce esplicitamente non a generiche

attività di apprendimento, ma a situazioni di *problem solving* e distingue due forme di questa attività:

- *problem solving* autonomo, cioè affrontato dall'apprendente in modo autonomo,
- *problem solving* collaborativo, cioè affrontato dall'apprendente sotto la guida di un adulto o in collaborazione con un coetaneo più capace.

La zona di sviluppo prossimale, in attività di *problem solving*, è dunque compresa tra quelle due:

- quel che uno sa fare autonomamente appartiene alla zona effettiva;
- quel che uno fa in collaborazione potrebbe non essere del tutto acquisito in modo autonomo; ma, se la collaborazione c'è stata, allora il suo fare fa parte della zona potenziale o, per lo meno, serve a definirla e riconoscerla (anzi, secondo Vygotskij, i risultati del *problem solving* collaborativo potrebbero rivelare di più sulle competenze individuali che non quello autonomo).

Dunque, la zona... operativa della didattica è *oltre* la zona effettiva, ma *prima* della potenziale, quella zona cioè dove l'apprendente può costruire conoscenza. Scrive lo stesso Vygotskij: «La zona di sviluppo prossimale definisce quelle funzioni che non sono ancora mature ma che sono nel processo di maturazione, funzioni che matureranno domani ma sono al momento in uno stadio embrionale. Il livello effettivo di sviluppo caratterizza lo sviluppo mentale retrospettivamente, mentre la zona di sviluppo prossimale caratterizza prospettivamente lo sviluppo mentale».

A testimonianza di quanto asserito, Vygotskij fece esperimenti per dimostrare che «ciò che è oggi nella zona di sviluppo prossimale sarà il livello di sviluppo effettivo domani»; allo scopo, considerò anche gli studi di McCarthy, pubblicati negli anni '30, che effettivamente potevano dimostrare questa affermazione [per avere più dettagli, si veda D'Amore (1993), paragrafo 4.4. e seguenti].

Nella collaborazione tra apprendente e adulto o pari più capace, un ruolo di straordinaria importanza riveste certo l'apprendimento per imitazione, intesa non solo come passività ripetitiva, ma come messa in moto di meccanismi autonomi sulla base di un modello comportamentale vincente proposto. Dunque, un ruolo centrale spetta all'appartenenza ad una società all'interno della quale l'apprendente è inserito: «L'apprendimento umano presuppone una natura sociale

specifica e un processo attraverso il quale i bambini si inseriscono gradualmente nella vita intellettuale di coloro che li circondano» (Vygostkij, 1931-80).

## 1. 2. Gli esercizi “anticipati”

È ben nota a chiunque si occupi di didattica della matematica la distinzione tra “esercizio” e “problema”, tanto da non ritenere oramai di dovervi spendere neppure citazioni bibliografiche. Serve qui solo ricordare che:

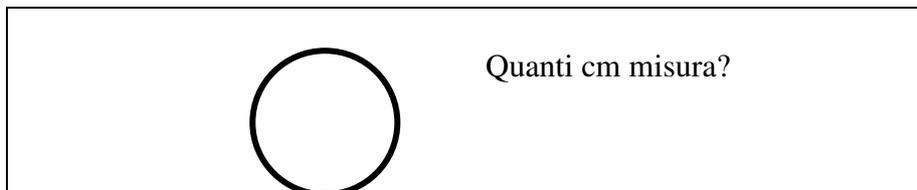
- *l'effettuazione di un esercizio* comporta, per sua stessa natura, un'attività non creativa nella quale si mobilitano competenze già acquisite: effettuando un esercizio lo studente mette in moto solo competenze già acquisite, senza alcun atto inventivo;
- per sua stessa definizione, invece, *la risoluzione di un problema* comporta la messa in moto di attività creative: lo studente, sulla base delle proprie competenze, deve organizzarle per ideare ed usare una strategia che non ha mai sperimentato prima; dunque si tratta di un vero e proprio atto creativo.

Sulla profonda differenza delle funzioni didattiche di esercizi e problemi si è già scritto parecchio; si può vedere per esempio D'Amore (1993).

È piuttosto ovvio che la natura di un testo-stimolo è in un certo qual senso neutra, in questa distinzione. Spieghiamolo meglio. Un testo stimolo può essere contemporaneamente esercizio e problema, a seconda dell'ambito nel quale viene posto (per esempio, a seconda del livello scolastico).

Un esempio già accennato in D'Amore (1992) è il seguente, a nostro avviso eloquente.

Si consideri il seguente test: su un foglio di carta bianca senza quadrettatura è disegnata una circonferenza; lo studente è invitato a misurarla in cm:





- Se questo stimolo viene dato in III media, ci si aspetta che lo studente misuri (semmai dopo averlo tracciato) un diametro in cm e dunque calcoli la misura della circonferenza moltiplicando la misura del diametro per 3,14.
- Se questo stimolo viene proposto in III elementare, i risultati sono estremamente più diversificati. Uno degli autori di questo articolo ha fatto prove proprio su questo testo ad Argenta (Fe) nel 1990 e nel 1991, raccogliendo i comportamenti dei bambini. (Su tali comportamenti, non ci si sofferma qui; le prove vennero effettuate come preliminare ad una ricerca, in maniera non sistematica, solo per raccogliere indizi).

È necessario testimoniare che si dimostra di importanza strategica il *voler* procedere alla risoluzione: la coppia di processi *motivazione – volizione* (Pellerey, 1993) gioca un ruolo di straordinaria importanza. Va anche detto, però, che al livello di scuola elementare è piuttosto facile avviare un processo di motivazione affinché lo studente attivi, da parte sua, quello di volizione.

Che cos'è dunque che distingue un problema da un esercizio anticipato? È solo la natura per così dire scolastico - prassica del testo: noi chiediamo che l'esercizio anticipato sia un esercizio standard, di uso e consumo molto routinario nella scuola, ad *un certo punto dell'iter scolastico*; solo che viene proposto come testo-stimolo *prima* di quel momento.

È ovvio che nel testo-stimolo contenuto in un esercizio anticipato non ci devono essere simboli formali sconosciuti o, più in generale, termini o altro illeggibile. Più in generale: l'esercizio anticipato va scelto in modo tale che chi lo riceve sia in grado di capire almeno il *senso* del testo scritto ed il *senso* della richiesta.

Questa nostra condizione irrinunciabile viene qui detta una volta per tutte e non verrà più ripetuta nel seguito, dandola per scontata, come parte della definizione stessa di "esercizio anticipato".

### **1. 3. Esercizi anticipati e zone di sviluppo. L'idea di "distanza"**

Possiamo dunque affermare, sulla base di quanto esposto fin qui, che l'esercizio si gioca tutto nella zona effettiva; mentre l'esercizio anticipato è null'altro che un esercizio della zona di sviluppo potenziale ma, per così dire, *trasportato* qualche periodo prima, *anticipato*, appunto.

È piuttosto intuitivo quanto segue:

- se un esercizio fa parte della zona potenziale sì, ma assai lontana da quella effettiva, la sua anticipazione produce risultati cognitivi nulli ed attività risolutiva (sensata) assente;
- se invece il soggetto capisce il senso della richiesta, se ha la motivazione per immergersi nel tentativo di risoluzione e la volizione per farlo davvero, allora potrebbero essere prodotti risultati cognitivi interessanti.

Abbiamo poco sopra accennato alla minor o maggiore “distanza” tra la zona effettiva nella quale si trova un singolo individuo, per quanto riguarda le competenze necessarie a risolvere un certo problema; e la zona potenziale nella quale tale problema dovrebbe essere considerato solo un esercizio. [Come esempio concreto, nel caso della circonferenza da misurare, abbiamo preso in esame allievi di III elementare e dato loro come problema un esercizio di III media].

Ora, mentre è ovvio che le definizioni di zona effettiva, zona potenziale, zona prossimale, sono tutte legate al singolo individuo, cioè fatti meramente individuali e legati allo specifico oggetto di apprendimento, tuttavia, al solo scopo di rendere intelligibili i processi di ricerca, definiamo l'idea di “distanza” tra la zona effettiva di un certo individuo A cui si è dato da risolvere un esercizio anticipato E, e la zona potenziale cui E appartiene di diritto come esercizio, secondo consuetudini diffuse e compartite dagli insegnanti (come “giudici” di questo tipo di appartenenze, abbiamo sempre voluto prendere insegnanti e basarci sulla loro esperienza e sul loro giudizio).

Supponiamo di avere a che fare solo con l'ambiente scolastico e fissiamo le idee sulla organizzazione scolastica italiana. Se A frequenta la classe  $p^{\text{esima}}$  ed E appartiene come esercizio a parere di insegnanti esperti alla classe  $q^{\text{esima}}$ , con  $p < q$ , diciamo distanza di E da A il valore  $q-p$ . (Se  $q-p=0$ , E è un esercizio per A). Per “classe  $p^{\text{esima}}$ ,” intendiamo banalmente: 1 per prima elementare, 2 per seconda, ..., 8 per terza media, ..., 13 per ultimo anno delle scuole superiori. [Nel caso della circonferenza da misurare, la distanza era genericamente 5,

per quegli allievi che più o meno avevano competenze adeguate a quelle presupposte per la classe frequentata, per quanto concerne quel tema].

#### **1. 4. Gli esercizi anticipati come occasione di attività**

Se ad un allievo singolo (SITUAZIONE AUTONOMA: SA) viene proposto un esercizio anticipato, possiamo già supporre che vi siano due macrotipi di risposta attitudinale:

- se vi sono le condizioni al contorno perché l'allievo voglia a tutti i costi dare una risoluzione (per esempio: perché si sono create le basi per una vera e propria motivazione), allora l'allievo mette in moto tutte le sue strategie per creare tale risoluzione;
- se tali condizioni non sono state create o non hanno avuto effetto su quel singolo studente, allora, con molta probabilità, tale studente rifiuta di effettuare un'attività che riconosce come nuova, mai affrontata prima, non congruente con le proprie competenze.

Definiremo la prima di queste condizioni:

- SA con motivazione e volizione positive (SAm);

mentre definiremo la seconda:

- SA con motivazione e volizione deficienti (SAn).

Se ad un allievo viene proposto un esercizio anticipato, ma gli si affianca un adulto o un coetaneo più capace (SITUAZIONE COLLABORATIVA: SC), possiamo supporre due macrotipi di risposte attitudinali analoghe: SCm e SCn.

#### **1. 5. Esercizi anticipati e linguaggio**

Sia nelle situazioni SA che nelle SC, il linguaggio acquista un peso significativo, ma per ragioni diverse.

Cominciamo con le SA.

Per dare una spiegazione concreta di quel che intendiamo con questa asserzione, ritorniamo al test della circonferenza visto sopra.

La nostra prova avvenne in situazioni SA e si sono registrati molti comportamenti SAm e (quasi) nessun SAn. In *tutti* i casi SAm, gli allievi operavano concretamente: c'è chi ha tentato di misurare con il

righello, facendolo scorrere lungo la circonferenza; c'è chi ha cercato di usare il goniometro, ritenendolo un... righello curvo adatto a misurare curve; c'è chi ha steso carta, chi filo, lungo la circonferenza; c'è il caso di un bambino che ha tentato di cronometrare il tempo che impiega la punta di un compasso per disegnare la circonferenza, per produrre poi, nello stessa durata temporale, grazie ad un righello, un segmento di pari lunghezza (la circonferenza rettificata... in pari tempo).

Dunque, in *tutti* i casi SAM, allievi sottoposti a quell'esercizio anticipato hanno operato *concretamente*.

Si può pensare che, essendo privo di strumenti cognitivi, lo studente ricorre ad una pratica operativa concreta, quella che sembra dominata dalla prassi e non da competenze teoriche (che si rende conto di non possedere).

Al termine della risoluzione dell'esercizio anticipato della circonferenza, si chiedeva sempre all'allievo di spiegare qual era stato il suo comportamento risolutivo; egli, con volontà comunicativa esplicita, in realtà spiegava quel che aveva *fatto*, dando ampiamente ragione a Vygotskij (1931-80): «Il linguaggio e l'azione sono parte di una medesima complessa funzione psichica, volta alla soluzione dei problemi (...)».

Vediamo ora perché il linguaggio è importante nelle situazioni SC.

Di fronte alla proposta di esercizio anticipato, l'allievo deve entrare in sintonia comunicativa con l'adulto o con il coetaneo più capace che gli è stato affiancato come collaboratore. Quest'ultimo assume il ruolo di guida e traina con sé il meno esperto, ricorrendo ad una spiegazione del processo risolutivo che è di solito effettuata in itinere. In questo caso, acquista una grande importanza il linguaggio come scambio sociale, anche questo ampiamente studiato da Vygotskij (1931-80).

In entrambe le situazioni SA e SC, in relazione al linguaggio, siamo di fronte a quello che Vygotskij chiama *linguaggio esterno* (con funzione di comunicazione e quindi destinato ad un'altra persona che si desidera far intendere):<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> A tale *linguaggio esterno*, Vygotskij contrappone un *linguaggio interiore* che non ha funzione comunicativa ed è dunque percepibile solo da chi lo usa.

- nella situazione SAm, il linguaggio esterno è usato alla fine del processo risolutivo per comunicare all'adulto intervistatore qual è stata la modalità seguita per la risoluzione, (quasi) sempre di tipo pratico, euristico: la spiegazione di quel che si è *fatto*;
- nella situazione SCm, il linguaggio esterno permette un interscambio tra l'allievo e l'adulto o il coetaneo più capace; il secondo fornisce indicazioni al primo ed il secondo commenta, chiede etc.

I due usi del linguaggio esterno sono entrambi della categoria *diverse forme di discorso*, una delle quattro nelle quali Duval (1996-97) categorizza il termine "linguaggio".<sup>2</sup> Le *diverse forme di discorso* sono, secondo Duval, per esempio: narrazione, conversazione, spiegazione,... Noi aggiungiamo: descrizione di qualche cosa o di una procedura, richiesta di spiegazione,...

## 2. Problemi di ricerca

Prima di procedere, dichiariamo che, nel caso del *problem solving* collaborativo (SC), abbiamo sempre fatto la scelta di proporre come collaboratore dello studente sotto ricerca non un adulto, ma un coetaneo più capace. È presumibile che, cambiando tale variabile, parte dei risultati di questa ricerca possano cambiare.

Uno degli scopi di questa ricerca (se vogliamo, secondario) era quello di proporre esercizi anticipati a distanze diverse solo per raccogliere tipologie di comportamento risolutivo in ambito di *problem solving* in questo tipo di situazioni.

Il primo problema di ricerca che ci siamo posti è il seguente:

**P1.** È vero che se c'è una presenza positiva di processi di motivazione – volizione, allora le percentuali di SAm e di SCm superano nettamente rispettivamente quelle di SAn e di SCn?

---

<sup>2</sup> Le altre sono: *lingua* (sistema semiotico con funzionamento proprio), *funzione generale di comunicazione, uso di (qualsiasi) codice*.

[Siamo consapevoli del fatto che per dichiarare “positiva” la presenza di processi di motivazione – volizione occorrerebbero oggettive definizioni; riteniamo che, attualmente, sia impossibile, almeno per noi, definire la “misura” di tale positività: ci siamo limitati ad evincere questo stato di fatto grazie alle interviste effettuate prima, durante e dopo le prove, più in modo qualitativo che quantitativo. Daremo alcuni esempi].

Proseguiamo nell’elenco dei problemi di ricerca:

**P2.** Che influenza ha la distanza sull’appartenenza del risolutore alle tipologie SAM, SAn, SCm, SCn? Cioè: è vero o falso che maggiore è la distanza, maggiore è il disimpegno?

**P3.** Si può confermare in modo significativo che, al termine di risposte in ambito SAM, ci siano in preponderanza spiegazioni linguistiche di tipo operativo, relativamente all’esercizio anticipato proposto?

**P4.** Se di fronte a situazioni SAM e SCm il soggetto incontra qualche difficoltà, è in grado di chiedersi: «Che cosa non so? Che cosa dovrei sapere per poter risolvere questo problema?»? Questa domanda di ricerca ha un senso specifico. Poiché l’esercizio anticipato conserva la sua natura di esercizio e lo studente ne capisce (per definizione) testo (almeno il senso) e domanda (almeno il senso), potrebbe capitare che lo studente, qui più che altrove, si ponga una domanda a carattere metacognitivo di questo tipo.

**P5.** Che tipo di scambi linguistici comunicativi ci sono tra allievo e suo collaboratore (coetaneo più capace) in situazione SCm? È possibile caratterizzare tale linguaggio in qualche modo?

**P6.** Supponiamo che lo studente definito meno capace, dopo una situazione SCm, abbia alla fine avuto successo. A questo punto gli forniamo un esercizio anticipato dello stesso tipo, ma in situazione autonoma SA. Ci chiediamo: un positivo risultato collaborativo può essere considerato come la base di un apprendimento autonomo? Se così fosse, almeno per quella competenza in gioco, la distanza si è

azzerata; detto in altre parole, per quella competenza in gioco la zona potenziale è diventata effettiva.

Si è deciso di effettuare la ricerca solo con bambini di terza elementare ritenendoli sufficientemente competenti da saper leggere un testo in modo autonomo e tali da avere già a disposizione un certo qual bagaglio di competenze matematiche sulle quali fondare la propria attività risolutiva. Inoltre, l'età dei bambini di terza è tale che risulta abbastanza agevole creare situazioni motivanti tali da indurre processi di volizione. È presumibile che una scelta diversa della variabile *età* possa condizionare i risultati della ricerca, addirittura modificandoli. Per esempio, ci dicono i colleghi insegnanti di scuola secondaria che è più complesso motivare studenti più adulti a compiere attività che esulino dalla normale *routine* di classe. Resta dunque la necessità di effettuare prove con allievi più adulti, cosa che ci ripromettiamo di fare noi stessi, a meno che altri ricercatori vogliano impegnarsi.

### **3. Ipotesi della ricerca**

**I1.** Relativamente al problema di ricerca **P1**, le nostre aspettative erano decisamente positive. In situazioni motivanti, si supponeva che si sarebbero creati processi di volizione tali da spingere i soggetti esaminati ad assumere atteggiamenti di risolutori ed a non rifiutare la proposta di esercizi anticipati, solo perché presentavano questioni non ancora oggetto di lavoro di aula.

**I2.** Relativamente al problema di ricerca **P2**, la risposta che ci aspettavamo era positiva: maggiore è la distanza e maggiore è la rinuncia ad eseguire l'esercizio anticipato; e tuttavia avevamo la convinzione che un ambiente positivamente motivante avrebbe potuto ridurre l'entità di una tale rinuncia. Insomma, ci aspettavamo che, in qualche modo, tale rinuncia non fosse così spinta, grazie ad una buona motivazione.

**I3.** Relativamente al problema di ricerca **P3**, eravamo convinti che il lavoro autonomo su un esercizio anticipato in buone condizioni motivanti producesse soprattutto lavoro concreto operativo, piuttosto che formale; e che, di conseguenza, alle domande dell'intervistatore su come si fosse trovata la risoluzione, i soggetti rispondessero in grande percentuale semplicemente replicando il loro "fare" in modo linguistico.

**I4.** Relativamente al problema di ricerca **P4**, la nostra attesa era a favore di una certa presenza di aspetti metacognitivi, semmai influenzati dal colloquio con l'intervistatore che avrebbe potuto porre direttamente domande del tipo: «Quando hai letto il testo, che cosa ti sei chiesto?»; oppure: «Perché non sapevi rispondere?». L'idea base era la seguente: tentare di far emergere in modo autonomo dichiarazioni su domande che il risolutore si era posto sul proprio cognitivo (in positivo o, più ancora, in negativo) al momento dell'assunzione in carica del processo di risoluzione.

**I5.** Relativamente al problema di ricerca **P5**, avevamo la certezza che, in una buona comunicazione, all'interno di una situazione collaborativa, i due coetanei (il meno esperto ed il più) avrebbero avuto scambi linguistici interessanti; ci si aspettava che questi scambi sarebbero stati caratterizzati da domande del primo al secondo e di spiegazioni (cioè asserzioni) del secondo, dunque della categoria "diverse forme di discorso" di Duval. Ci si aspettava che si potesse caratterizzare questo linguaggio come "collaborativo" nel senso che i due dialoganti avrebbero rivelato nel loro atteggiamento linguistico, esattamente i ruoli che noi avevamo assegnato loro.

**I6.** Relativamente al problema di ricerca **P6**, la nostra aspettativa era positiva; ci si aspettava cioè di avere una buona conferma empirica dell'ipotesi secondo la quale un apprendimento collaborativo subordinato in situazione SCm produce apprendimento autonomo, dunque in situazione SAm. Ora, certo, non sembra del tutto possibile poter dichiarare in modo rigoroso che, attraverso SCm, si anticipi una parte cognitiva della zona potenziale, trasformandola in effettiva; e tuttavia, questa era la nostra attesa, almeno in parte.

## 4. Metodologia della ricerca

Sono stati elaborati, con l'aiuto importantissimo di colleghi insegnanti di scuola elementare e secondaria, dei testi, ciascuno di essi scelto in un dato livello scolastico che ci veniva garantito dai colleghi stessi; ogni testo doveva rappresentare, nell'ambito al quale si riferisce, un esercizio.

La metodologia adottata è stata la seguente.

Abbiamo assunto come campione 3 classi di III elementare, per un totale di 48 bambini (in realtà si trattava di un totale ipotetico di 51 bambini, ma i giorni dei test 3 risultavano assenti). Le prove sono state effettuate nella scuola elementare "Villaggio Kennedy" di Perugia da Ines Marazzani e nella scuola elementare "Iqbal Masih" di Lido Adriano (Ra) da Giuliana Liverani (che ringraziamo per l'alta professionalità). Tutte le prove sono state eseguite in classi che non erano quelle di titolarità.

Sono stati spesi ogni volta tutti i tempi necessari per entrare in sintonia con gli allievi e creare un clima di fiducia. Dopo di che si è creato un clima di forte motivazione a risolvere esercizi "dei ragazzi più grandi", come in una sfida importante. Non entriamo nei dettagli sul "come" ciò è stato possibile; quel che conta è che, a nostro avviso, l'ambiente motivante è stato raggiunto (vedremo più avanti delle dichiarazioni scelte tra quelle rilasciate dai bambini durante le interviste).

In ogni classe, i bambini venivano invitati a risolvere un esercizio anticipato. Si disponeva dei testi che illustreremo tra breve; essi venivano ogni volta distribuiti in modo casuale all'interno dell'aula.

La verifica relativa a P1 [È vero che se c'è una presenza positiva di processi di motivazione – volizione, allora le percentuali di SAM e di SCm supera nettamente rispettivamente quelle di SAn e di SCn?] è stata fatta semplicemente contando i casi di accettazione del compito ed i casi di rifiuto. Si intervistavano i bambini, per conoscere le motivazioni che li avevano spinti a quella scelta e per avere informazioni sull'ambiente motivante creato. Tale verifica è stata fatta su tutti i 48 allievi (di essi, 1 solo allievo ha dichiarato di non voler eseguire le prove e si è autoescluso).

La verifica relativa a P2 [È vero o falso che maggiore è la distanza, maggiore è il disimpegno?] veniva ricavata dalla precedente analisi per confronto. Tale verifica è stata fatta su 47 allievi.

La verifica rispetto a P3 [Si può confermare in modo significativo che, al termine di risposte in ambito SAm, ci siano in preponderanza spiegazioni linguistiche di tipo operativo, relativamente all'esercizio anticipato proposto?] veniva ottenuta grazie ad interviste singole effettuate su studenti che avevano lavorato in modo autonomo, dando risposte di un certo interesse. Tale verifica è stata fatta intervistando 30 allievi.

Quando gli studenti terminavano il loro lavoro, si verificava che, per un dato esercizio anticipato, vi erano risultati positivi (lo studente aveva saputo in qualche modo affrontare il problema) e negativi (lo studente, dopo alcune prove, abbandonava). A quel punto si formavano delle coppie formate da un allievo che aveva rinunciato o fallito, affiancato da un coetaneo più capace, scelto perché aveva avuto successo in quello stesso compito. Si passava quindi da situazioni SA a SC. Come abbiamo detto, abbiamo potuto analizzare 47 casi SA, mentre siamo riusciti ad analizzare con molto rigore solo 4 casi SC (4 coppie, cioè 8 bambini). Molte delle altre coppie che avevamo formato o non portavano a termine il compito o si distoglievano da esso.

La verifica rispetto a P4 [quella in cui ci si interroga su considerazioni di carattere metacognitivo da parte dello studente] veniva ottenuta grazie a singole interviste effettuate sugli studenti che avevano lavorato sia in modo autonomo, sia in modo collaborativo, scegliendo quegli studenti che, almeno all'inizio, avevano mostrato di essere in difficoltà. Tale verifica è stata fatta intervistando i 4 allievi "meno capaci" delle 4 coppie precedenti.

La verifica rispetto a P5 [quello in cui si vogliono analizzare i tipi di scambi linguistici comunicativi che ci sono tra allievo e suo collaboratore più capace in situazione SC e, se possibile, caratterizzare

tale linguaggio in qualche modo] è stata fatta registrando tutti i 4 colloqui SC e poi ascoltandoli ed analizzandoli.

La verifica rispetto a P6 [Un positivo risultato collaborativo SCm può essere considerato come la base di un apprendimento autonomo? Dunque, per quella competenza in gioco, la zona potenziale è diventata effettiva?] è stata fatta come segue. Delle 4 coppie che hanno lavorato in situazione SC, abbiamo ritenuto che in 3 casi si potesse dire che vi fosse stato un risultato positivo. Abbiamo allora consegnato ai 3 studenti “meno capaci” di ogni coppia un esercizio anticipato, diverso da quello che era stato oggetto di lavoro con il proprio coetaneo più capace, ma della stessa distanza e dello stesso tipo [per questa scelta, ci siamo fidati delle indicazioni di insegnanti esperti; alcuni dei test utilizzati sono riportati di seguito]. Sono dunque state fatte 3 prove seguite sempre da interviste. [In realtà, oltre alle 4 coppie da noi definite in precedenza “analizzate con molto rigore”, hanno lavorato in situazione SC anche altre coppie; dato che alcune di queste si sono disperse lungo l’itinerario, non le considereremo in modo scientificamente attendibile. Tuttavia, alcune di esse hanno contribuito a dare una risposta alla domanda di ricerca P6 e quindi utilizzeremo queste informazioni].

I testi degli esercizi anticipati che abbiamo usato sono i seguenti, elencati per distanza crescente.

## **Test**

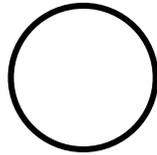
### **Esercizi anticipati a distanza 1 rispetto alla III elementare.**

#### Test 1.1

Un commerciante compra della merce e spende 100 euro; siccome vuole guadagnare 40 euro, a quanto la deve rivendere?

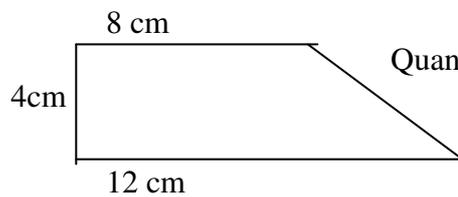
### **Esercizi anticipati a distanza 2 rispetto alla III elementare.**

Test 2.1



Quanti cm misura il contorno della figura?

Test 2.2



Quanto misura la superficie?

[Tale figura era realizzata su carta bianca e le misure qui indicate erano esattamente quelle del disegno; tra le strategie attese c'era la quadrettatura della figura per un semplice conteggio dei quadretti interni].

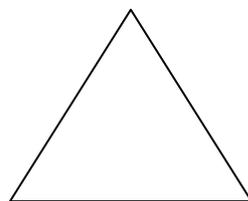
Test 2.3

Calcola quanto fa questa espressione:

$$[(5-2) \times 3] + [2 \times (3-1)]$$

[È vero che in terza elementare gli allievi ancora non sono stati introdotti alla sintassi delle scritture aritmetiche; tuttavia non è escluso che qualche bambino intuisca l'ordine delle operazioni, più dal concatenamento delle parentesi, che non dalla priorità stabilita universalmente. Inoltre, si noti che sono stati evitati i casi in cui si deve stabilire una priorità tra operazioni senza parentesi].

Test 2.4



10 cm

Misura l'area di questo triangolo che ha tutti i lati uguali

Test 2.5

Una TV costa 400 euro, ma viene venduta con il 25% di sconto, cioè ogni 100 euro, 25 vengono risparmiati. Quanto si deve pagare per avere quella TV?

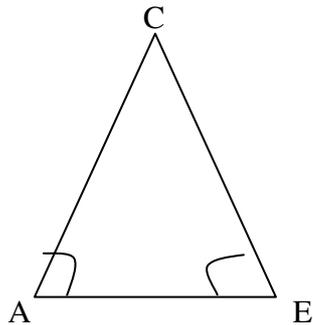
**Esercizi anticipati a distanza 5 rispetto alla III elementare.**

Test 5.1

Per montare 100 piastrelle un muratore impiega 6 ore; quante ore impiegherà, se deve montare 300 piastrelle?

**Esercizi anticipati a distanza 6 rispetto alla III elementare.**

Test 6.1



I lati AC e EC sono uguali.  
Come si può dimostrare che gli angoli  $\hat{A}$  e  $\hat{E}$  sono uguali?

Esempi di test di controllo.

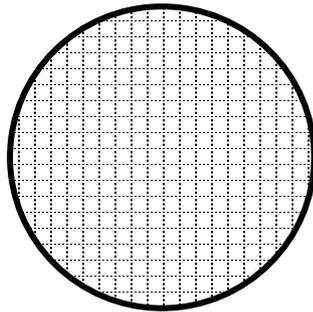
Test di controllo per 1.1

Per comperare alcune rose un fioraio spende 120 euro. A quanto deve rivenderle per guadagnare 20 euro?

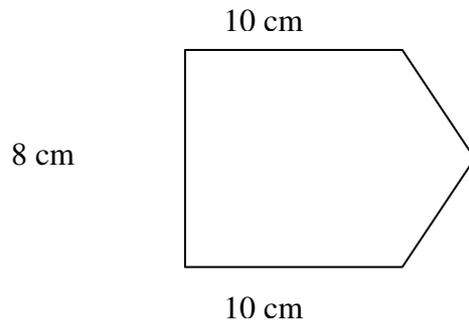
Un fruttivendolo acquista alcune casse di fragole spendendo 150 euro. A quanto deve rivendere la merce per guadagnare 200 euro?

Test di controllo per 2.1

Luca, seguendo con la matita l'orlo di un bicchiere, ha disegnato un cerchio sul foglio. Quanto misura la circonferenza tracciata da Luca?  
(Sul foglio appare una circonferenza)  
Una sarta deve orlare il centrino di raso della forma disegnata. Quanti centimetri di merletto le occorrono?

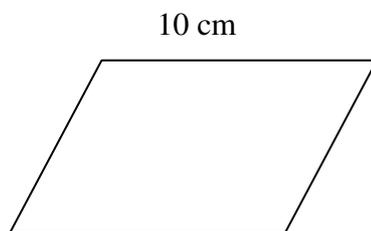


Test di controllo per 2.2



Quanto misura la superficie?

Test di controllo per 2.2



Quanto misura la superficie?

Test di controllo per 2.3

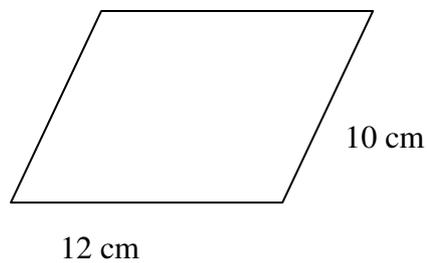
Calcola la seguente espressione

$$[(11 \times 3) - 5] + [(4 + 3) \times 2]$$

Calcola la seguente espressione

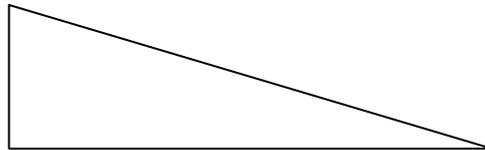
$$[(24 : 6) + 4] \times [(42:7) - 5]$$

Test di controllo per 2.4



Misura l'area di questo parallelogramma.

Misura l'area di questo triangolo che ha i tre i lati disuguali.



Test di controllo per 2.5

Una gonna costa 100 euro, ma viene venduta con il 50% di sconto, cioè ogni 100 euro, 50 vengono risparmiati. Quanto si deve pagare per avere quella gonna?

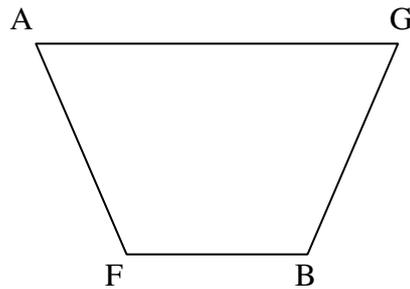
Una bicicletta costa 200 euro, ma viene venduta con il 15% di sconto, cioè ogni 100 euro, 15 vengono risparmiati. Quanto si deve pagare per avere quella bicicletta?

Test di controllo per 5.1

Marco si allena tutti i giorni nella corsa; per fare 100 metri di corsa costante impiega 20 secondi, quanti secondi impiegherà per correre 400 metri?

Per preparare 50 cannoli alla crema, un pasticcere impiega 2 ore; quante ore impiegherà, se deve preparare 400 cannoli alla crema?

Test di controllo per 6.1



I lati AF e GB sono uguali.  
Come si può dimostrare che gli angoli  $\hat{A}$  e  $\hat{G}$  sono uguali?

## 5. Risultati della ricerca, discussione dei risultati e risposte alle domande di ricerca

Relativamente alla domanda di ricerca P1, su 48 bambini coinvolti, solo 1 ha rifiutato di partecipare (anche se ha poi costantemente osservato per tutto il tempo quel che succedeva attorno a lui). La sua dichiarazione è stata di sfiducia nei propri mezzi di fronte a compiti presentati come appartenenti a classi successive.

Dunque 47 bambini, opportunamente coinvolti, passano dalla motivazione alla volizione e si impegnano (con maggiore o minor successo) nell'affrontare problemi che esulano dalla loro quotidianità e che appartengono di diritto come esercizi a livelli scolastici successivi.

Dunque, la risposta alla domanda di ricerca P1 è positiva e coincide con le nostre attese.

Relativamente a P2, si ha la sicurezza che una buona motivazione ha garantito il desiderio di provare la sfida; nel loro complesso, i 47 bambini coinvolti hanno esplicitamente mostrato il loro gradimento di effettuare prove che fossero al di là delle loro competenze; anzi, in più occasioni chiedevano che si andasse oltre. Ciò, sia nella situazione SA che in quella SC.

La nostra ipotesi I2, dunque, è smentita nella sua posizione oggettiva, ma confermata laddove insinuavamo il sospetto che una buona motivazione avrebbe potuto porre rimedio al timore, riducendolo. Così è stato, grazie certo all'ottimo lavoro delle due ricercatrici che hanno condotto la prova.

Relativamente a P3, i commenti dei bambini rispetto all'effettuazione delle prove fatte sono del tutto operativi: «Ecco come ho fatto», «Ecco che cosa ho fatto», «Così è come si faceva», ... Non c'è dunque alcuna forma di generalizzazione a commento dell'esecuzione, ma solo una pura ripetizione delle fasi di effettuazione. Ciò conferma in pieno la nostra ipotesi I3.

Relativamente a P4, bisogna fare una profonda distinzione che non avevamo ipotizzato.

In situazione SA, lo studente non si pone, in generale, in prospettiva metacognitiva; se l'esercizio anticipato è stato risolto (bene o male, questo poco importa) allora era semplice («L'ho saputo fare», «Era facile»,...); anche una volta visto, con l'intervistatore, che la soluzione non era corretta, lo studente non si pone problemi di tipo metacognitivo e, di fronte a domande dell'intervistatore, sfugge questa modalità e si rifugia spesso dietro un semplice «Non l'ho saputo fare», «Non sapevo che cosa fare»,... anche se, invece, una risposta (per quanto errata) era stata fornita.

La situazione SC cambia completamente le cose. Lo studente si interroga su che cosa ha / non ha funzionato e, spesso, lo chiede lui stesso al proprio compagno coetaneo più capace, o lo confessa, o lo conferma, anche dunque in modo autonomo.

Una comunicazione tra pari favorisce nettamente questa disponibilità dell'allievo a porsi problemi metacognitivi; una comunicazione con l'adulto lo fa trincerare dietro più banali rese. Nel caso del contatto con il coetaneo, si ha la netta impressione che il meno capace voglia giustificare il proprio fallimento dandogli un motivo; nel caso del contatto con l'adulto, sembra che ciò non abbia importanza.

Relativamente a P5, il linguaggio usato tra meno e più capace, nelle coppie, è assolutamente caratterizzabile alla Duval (1996-7) secondo la tipologia "diverse forme di discorso" da noi già descritte alla fine

del paragrafo 1.5., in modo collaborativo. La cosa è di una evidenza totale e si ha anche per quanto concerne soggetti poco propensi a questa forma di scambi linguistici in genere, come ci assicurano le insegnanti titolari di quelle classi.

Prima di procedere, vogliamo confermare la grande volizione da parte dei bambini sia in situazione SA sia in SC di affrontare i compiti proposti.

Relativamente a P6, infine, le prove fatte sono troppo poche per poter affermare con sicurezza che l'aver eseguito un compito in situazione SC, da parte di un allievo che prima non era riuscito, in compagnia con un compagno più capace che prima era riuscito, abbia creato conoscenza. Di certo, 3 bambini sui 4 sottoposti in modo corretto alla prova, hanno saputo eseguire con evidente totale sicurezza un nuovo esercizio anticipato di tipo analogo a quello sul quale prima aveva fallito. (In realtà, come abbiamo già detto, le prove positive sono state più di quelle 4, ma non possiamo tenerne conto perché le fasi da noi previste e descritte non sono state del tutto correttamente seguite; tuttavia, i risultati "clamorosi" di bambini che, dopo aver fallito in situazione SA, condotti per mano in SC, avevano risultati positivi di nuovo in SA, sono ancora di più del 75%).

A conferma di un raggiungimento di risultato positivo, ecco quanto afferma uno dei 3 bambini detti sopra:

Diego:

«È facile, ho capito. Sai, maestra, io vengo dall'Ecuador e tante volte ancora non capisco, ma questa volta ho capito tutto! Mi sono divertito tanto perché sono esercizi difficili, non come quelli di scuola che non li capisco. Qui devo pensare e non fare solo quello che mi dice la maestra, posso fare come voglio io»;

dopo di questa dichiarazione, si offre di aiutare una bambina debole di un'altra coppia: si sente già, a questo punto, di appartenere alla categoria di "coetaneo più capace".

## 6. Conclusioni e note didattiche

Fine ultimo della ricerca empirica è, a nostro avviso, tentare di sfruttarne i risultati per modificare o almeno influenzare la pratica d'aula in senso positivo.

Dalle nostre prove risulta più che evidente che occorre ripensare alle metodologie didattiche unilaterali insegnante - allievi, sfruttando di più la collaborazione tra coetanei.

Inoltre, il timore che hanno a volte gli insegnanti di proporre compiti che potrebbero vedere gli allievi fallire, sembra essere ingiustificato; se il motivo di questo timore è legato al possibile scoramento dello studente che fallisce, basta intervenire, come è stato qui evidente, sul processo di motivazione – volizione. Fallire in un problema difficile non è visto come un risultato negativo e può essere lo stimolo per lavorare in coppia per costruire conoscenza.

Naturalmente questa scelta metodologica deve modificare certe convinzioni dell'insegnante su curriculum e su valutazione.

Per quanto riguarda il curriculum, bisogna che esso sia considerato come uno strumento duttile, che si adegui alle scelte di aula e non, viceversa, che le condizioni, come, d'altra parte, suggeriscono gli studi più moderni (Fandiño Pinilla, 2002).

Per quanto riguarda la valutazione, fallire in un compito non sarebbe più visto come un insuccesso, ma uno scotto da pagare alla costruzione di conoscenza; è il modo migliore per cambiare l'idea di valutazione, ampliandola non solo all'allievo, ma al curriculum ed all'efficacia dell'azione dell'insegnante, quanto meno (Fandiño Pinilla, 2002).

In tutto ciò, sembra avere un ruolo teorico eccellente l'analisi della situazione d'aula, che parte dal triangolo della didattica e dalle riflessioni il più possibile mature al riguardo (D'Amore, 1999; D'Amore, Fandiño Pinilla, 2002).

## 7. Come i bambini risolvono gli esercizi anticipati proposti

Nulla a che fare con la ricerca, tuttavia potrebbe incuriosire qualche lettore sapere *come* gli studenti hanno risolto i vari test proposti.

Faremo quindi una rapidissima carrellata sono per soddisfare questa curiosità.

### Test 1.1.

Molte le risposte sbagliate; quasi tutti coloro che sbagliano, invece di effettuare l'addizione  $100+40$ , effettuano la sottrazione; non mancano però le divisioni  $100:40$ . Chi non sa che cosa fare, disegna; abbiamo ben 3 disegni (su 47 allievi) di personaggi e case. Spesso l'astrattezza della merce viene concretizzata; il commerciante compra e vende dunque articoli ben precisi. In un caso, il risultato 140 indica «le persone che devono comprare».

Una nota; la percentuale maggiore di errori è concentrata in una classe nella quale evidentemente vige il contratto esplicito di risolvere i problemi in maniera molto formalizzata, scrivendo dapprima i dati “utili” e poi i dati “superflui” (che un bambino scrive: “superfili”) a ulteriore conferma del danno che arreca questo modo di procedere tanto poco naturale. La concentrazione dei bambini va tutta in questo apparato e per nulla al senso logico di quel che deve fare davvero (e per cui verrà valutata la sua prestazione).

### Test 2.1.

La prova è superata (in qualche modo) dalla metà o poco meno degli allievi, nel senso che essi “inventano” qualche modalità per effettuare la misura della circonferenza. La maggior parte stende un filo e poi lo misura rettificato (ottenendo misure di ogni tipo). Molti sono coloro che misurano a caso, per esempio suddividendo la circonferenza in piccole parti che poi semplicemente contano. C'è chi conta quante volte la punta della matita sta sulla curva. C'è chi traccia due diametri perpendicolari e dà la misura di “altezza” e “larghezza” (con poca rispondenza al reale, tanto che un bambino dichiara essere queste misure rispettivamente 2 chilometri e 3 chilometri). E così via. C'è chi ricorda di aver usato l'immagine del cerchio per introdurre le frazioni e dice dunque che la circonferenza misura  $2/3$ .

#### Test 2.2.

È uno dei test che ha causato più difficoltà; le misure effettuate e/o dichiarate sembrano essere casuali, anche se i bambini si sono comportati secondo la nostra previsione, quadrettando in qualche modo la parte di foglio contenuta nella figura. Pochissimi sono i bambini che hanno contato i quadretti, ma quasi tutti non prendono in esame i quadretti tagliati dal lato obliquo o, al contrario, li contano come fossero interi. L'idea di superficie però è ben distinta da quella di perimetro, anche se la terminologia non è questa (la superficie è, per esempio, «la parte dentro»). Molti bambini misurano i lati del quadrilatero e fanno una somma.

#### Test 2.3.

Paradossalmente, questo test, che usa convenzioni ancora non conosciute nella scuola elementare, ha attratto la curiosità e, tutto sommato, ha avuto un approccio non fallimentare.

L'errore più diffuso è che, nel primo addendo le cose procedono bene:

$$5-2=3$$

$$3 \times 3 = 9$$

ma poi a questo 9 viene sommato il 2 e non viene effettuato l'analogo calcolo dentro parentesi quadra del secondo addendo.

Solo 1 bambino su 47 dichiara di non capire che cosa deve fare e che «i numeri sono troppo difficili».

#### Test 2.4.

Totalmente fuori dalla portata dei bambini di III. Tra le risposte si trova di tutto.

#### Test 2.5.

Percentuale bassissima di risposte esatte, calcolate in vari modi. Tra queste, c'è chi sottrae 25 per 4 volte da 400; chi fa  $25 \times 4$  e poi lo sottrae da 400; chi sottrae da 100 lo sconto 25 per 4 volte, ottenendo 75, che poi moltiplica per 4.

Gli errori di risoluzione vanno dal «Non lo capito», al «400 euro», al disegno di una televisione, al  $400+25$  etc.

Al solito, chi costruisce un formalismo nel quale evidenzia dati e cose simili, non risolve il problema ed effettua calcoli a caso.

Test 5.1.

Abbastanza presente la risposta corretta 18, ottenuta moltiplicando 6 per 3, il che significa ragionando intuitivamente più che calcolando. C'è anche chi tenta di spiegare il ragionamento.

*Tutti* i bambini che hanno il solito approccio formale alla risoluzione, falliscono. Una delle domande che si pongono sempre per iscritto, dentro una casella colorata, è: «(Quali sono i) Dati mancanti?». Non capiamo come si possa rispondere ad una domanda siffatta, evidentemente stabilita per contratto esplicito, data la sua apparizione costante.

Test 6.1.

Contrariamente a quanto ci si potrebbe aspettare, la parola “dimostrare” viene interpretata in modo abbastanza corretto, come un “giustificare”; certo NON si incontra alcuna dimostrazione nel senso adulto, ma moltissimi bambini tentano di spiegare come si potrebbe giustificare tale affermazione: misurando gli angoli (soprattutto in cm, ma anche in gradi), misurando i lati, calcolando etc.

Per quanto riguarda i test di controllo, la riuscita è molto più alta; d'altra parte la coppia è condotta da un bambino che era già riuscito nel compito.

Infine, non riportiamo i test che sono stati necessari per rispondere al P6, cioè se l'aver lavorato in situazione SC ha prodotto aumento di conoscenza, perché sono del tutto analoghi ai precedenti.

## **Bibliografia**

D'Amore B. (1992). Novità nella didattica della matematica. *L'educatore*. 4, 62-67. [Il titolo è redazionale]. [Prime comunicazioni sul tema degli “esercizi anticipati” sono ancora precedenti, come quella effettuata dall'autore al VI *Incontro Internuclei della Scuola Elementare*, Garda, 11-13 aprile 1991, e altrove].

- D'Amore B. (1993). *Problemi. Pedagogia e psicologia della matematica nell'attività di problem solving*. Milano: Angeli.
- D'Amore B. (1999). *Elementi di didattica della matematica*. Bologna: Pitagora.
- D'Amore, M. I. Fandiño Pinilla (2002). Un acercamiento analítico al “triángulo de la didáctica”. *Educación Matemática*. Mexico DF, Mexico. 14, 1, 48-61.
- Duval R. (1996-97). Représentation et représentations. Séminaire U.D.R. e F.F. Non oggetto di pubblicazione.
- Fandiño Pinilla M. I. (2002). *Curricolo e valutazione in matematica*. Bologna: Pitagora.
- Pellerey M. (1993). Volli, sempre volli, fortissimamente volli. La rinascita della pedagogia della volontà. *Orientamenti pedagogici*. 6, 1005-1017.
- Vygotskij L.S. (1931-1980). *Il processo cognitivo*. Boringhieri: Torino. In realtà il testo in italiano è la traduzione dall'inglese *Mind in Society*, Cambridge: Harvard Univ. Press; il quale a sua volta è una raccolta di articoli tradotto dal russo e pubblicati dall'Autore nel 1931.